

## Musteraufgaben Fach Mathematik mit Lösungen

Geben Sie bei der Bearbeitung der Aufgaben alle wichtigen Rechenschritte an, arbeiten Sie klar und übersichtlich.

### Aufgabe 1

1.1 Ordnen Sie folgende Zahlen der Größe nach. Beginnen Sie mit der kleinsten:

$$1\frac{7}{8} ; \frac{60}{32} ; 1,875 ; \frac{14}{12} ; \frac{13}{8}$$

**Lösung:**  $\frac{14}{12} < \frac{13}{8} < 1\frac{7}{8} = 1,875 = \frac{60}{32}$

1.2 Zwei Bruchzahlen werden multipliziert. Wie ändert sich der Wert des Produktes, wenn der Nenner halbiert und der Zähler verdoppelt wird.

**Lösung:**  $\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{2 \cdot a}{\frac{1}{2} \cdot b} = \frac{4a}{b} = 4 \cdot \frac{a}{b}$

Das Produkt vervierfacht sich.

1.3 Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre Achse. Um wie viel Grad dreht sie sich in 20 Stunden?

**Lösung:**  $\frac{24h}{360^\circ} = \frac{20h}{x} \Rightarrow x = \frac{360^\circ \cdot 20h}{24h} = 300^\circ$

Die Erde dreht sich um 300°.

1.4 Der Benzinpreis von 1,65€ wurde im April um 5% erhöht und dann im Mai wieder um 3% gesenkt.

a) Wie viel kostet das Benzin nach der Preissenkung im Mai?

b) Um wie viel Prozent veränderte sich der Preis insgesamt?

**Lösung:**  $\frac{1,65\text{€}}{100\%} = \frac{x_1}{105\%} \Rightarrow x_1 = \frac{1,65\text{€} \cdot 105\%}{100\%} = 1,73\text{€}$

$\frac{1,73\text{€}}{100\%} = \frac{x_2}{97\%} \Rightarrow x_2 = \frac{1,73\text{€} \cdot 97\%}{100\%} = 1,68\text{€}$

$\frac{1,65\text{€}}{100\%} = \frac{1,68\text{€}}{x_3} \Rightarrow x_3 = \frac{100\% \cdot 1,68\text{€}}{1,65\text{€}} = 101,82\%$

Der Preis beträgt nun 1,68€. Um 1,82% erhöht sich der Preis.

### Aufgabe 2: Terme

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

2.1  $(2x + 3y) \cdot (4y - 5x)$

**Lösung:**  $(2x + 3y) \cdot (4y - 5x) = 8xy - 10x^2 + 12y^2 - 15xy = \underline{-10x^2 + 12y^2 - 7xy}$

2.2  $(6r + 8 - (2r - (-4r + 5)))$

**Lösung:**  $(6r + 8 - (2r - (-4r + 5))) = (6r + 8 - (2r + 4r - 5)) = (6r + 8 - 6r + 5) = \underline{13}$

2.3  $(x - 2x \cdot (3 + 5y)) \cdot x$

**Lösung:**  $(x - 6x - 10xy) \cdot x = (-5x - 10xy) \cdot x = -5x^2 - 10x^2y$

2.4  $4 \cdot (a - b) + b^2 \cdot (3 - a) + \frac{1}{2} \cdot (-ab^2 + 4a) + b^2$

**Lösung:**  $4 \cdot (a - b) + b^2 \cdot (3 - a) + \frac{1}{2} \cdot (-ab^2 + 4a) + b^2 = 4a - 4b + 3b^2 - ab^2 - 0,5ab^2 + 2a + b^2$   
 $= 6a - 4b + 4b^2 - 1,5ab^2$

### Aufgabe 3: Bruchterme

3.1 Addieren Sie:  $\frac{x+2}{x} + \frac{x-2}{2x}$

**Lösung:**  $\frac{x+2}{x} + \frac{x-2}{2x} = \frac{2x+4+x-2}{2x} = \frac{3x+2}{2x}$

3.2 Subtrahieren Sie:  $\frac{2+y}{3} - \frac{y-2}{6}$

**Lösung:**  $\frac{2+y}{3} - \frac{y-2}{6} = \frac{2(2+y) - (y-2)}{6} = \frac{4+2y-y+2}{6} = \frac{y+6}{6}$

3.3 Bringen Sie den Bruchterm durch kürzen auf die einfachste Form:  $\frac{8x^2 - 2x}{2x^3}$

**Lösung:**  $\frac{8x^2 - 2x}{2x^3} = \frac{2x(4x-1)}{2x \cdot x^2} = \frac{4x-1}{x^2}$

3.4 Vereinfachen Sie soweit wie möglich:  $\frac{2y^2 \cdot (x^2 y^3)^2}{2x^3 y^{-2}}$

**Lösung:**  $\frac{2y^2 \cdot (x^2 y^3)^2}{2x^3 y^{-2}} = \frac{2y^2 x^4 y^6}{2x^3 y^{-2}} = \frac{x^4 y^8}{x^3 y^{-2}} = x \cdot y^{10}$

### Aufgabe 4: Binomische Formeln

Wenden Sie die binomischen Formeln an.

4.1  $(4a - b)^2$

**Lösung:**  $16a^2 - 8ab + b^2$

4.2  $\left(\frac{1}{3}a + b^2\right)^2$

**Lösung:**  $\frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab^2 + b^4$

Faktorisieren Sie mithilfe der binomischen Formeln.

4.3  $100 - 20x + x^2$

**Lösung:**  $(10-x)(10-x)$

4.4  $1 - 16a^2$

**Lösung:**  $(1-4a)(1+4a)$

**Aufgabe 5: Gleichungen**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

5.1  $8 - 4x = 4 - 2(x + 1)$

**Lösung:**  $8 - 4x = 4 - 2x - 2$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

$$L = \{ 3 \}$$

5.2  $(x - 7)(x + 7) = (x + 8)^2 - 1$

**Lösung:**  $x^2 - 49 = x^2 + 16x + 64 - 1$

$$16x = -112$$

$$x = -7$$

$$L = \{ -7 \}$$

5.3  $2(x + 11) + (6x)^2 = (4x - 4)(2 + 9x)$

**Lösung:**  $2x + 22 + 36x^2 = 8x + 36x^2 - 8 - 36x$

$$30x = -30$$

$$x = -1$$

$$L = \{ -1 \}$$

5.4 Lösen Sie das Zahlenrätsel mithilfe einer Gleichung:

Wenn man eine Zahl um 1,5 vergrößert und das Ergebnis verdoppelt, erhält man ein Drittel der gesuchten Zahl. Berechnen Sie die gesuchte Zahl.

**Lösung:** gesuchte Zahl  $x$ :  $(x + 1,5) \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot x \implies$

$$2x + 3 = \frac{1}{3}x$$

$$\frac{5}{3}x = -3$$

$$x = -\frac{9}{5} = -1\frac{4}{5}$$

$$L = \left\{ -\frac{9}{5} = -1\frac{4}{5} \right\}$$

### **Aufgabe 6: Lineare Gleichungssysteme**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$6.1 \quad \begin{cases} 3x + 5y = 38 \\ y = 6x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 38 \\ y = 6x + 1 \end{cases}$$

$$3x + 5(6x + 1) = 38$$

$$3x + 30x + 5 = 38$$

**Lösung:**  $33x = 33$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

$$y = 6 \cdot 1 + 1$$

$$\underline{\underline{y = 7}}$$

$$L = \{(1/7)\}$$

Vereinfachen Sie und ermitteln Sie die Lösungsmenge.

$$6.2 \quad \begin{cases} 5(x - 1) + 4(y + 2) = 33 \\ 3(x + 4) + (y - 10) = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x - 1) + 4(y + 2) = 33 \\ 3(x + 4) + (y - 10) = 6 \end{cases}$$

$$I: 5x - 5 + 4y + 8 = 33$$

$$I: 5x + 4y = 30$$

$$II: 3x + 12 + y - 10 = 6$$

$$II: 3x + y = 4$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 30 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$$

**Lösung:**  $II: y = -3x + 4$

$$I: 5x + 4(-3x + 4) = 30$$

$$I: 5x - 12x + 16 = 30$$

$$I: -7x = 14$$

$$I: \underline{\underline{x = -2}}$$

$$II: y = -3 \cdot (-2) + 4 = \underline{\underline{10}}$$

$$L = \{(-2/10)\}$$

6.3 Der Umfang eines Rechtecks ist um 20 cm länger als die kürzere und um 25 cm länger als die längere Seite.

- Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem auf.
- Berechnen Sie die Längen der Rechteckseiten.

**Lösung:**

a) lange Seite x, kurze Seite y ; x, y in cm

$$\begin{cases} 2x + 2y = y + 20 \\ 2x + 2y = x + 25 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2x + 2y = y + 20 \\ 2x + 2y = x + 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x + 2y = 25 \end{cases}$$

$$I : y = 20 - 2x$$

$$II : x + 2 \cdot (20 - 2x) = 25$$

$$II : x + 40 - 4x = 25$$

$$II : -3x = -15$$

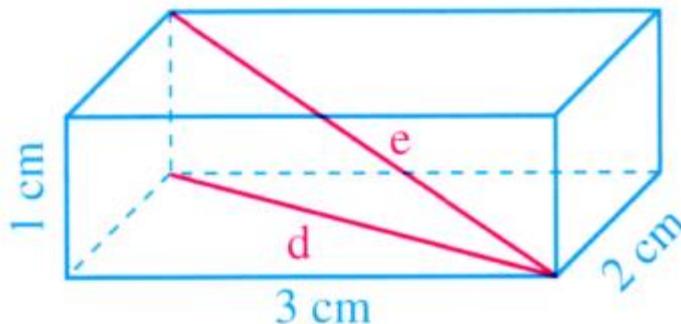
$$II : \underline{\underline{x = 5\text{cm}}}$$

$$I : y = 20 - 10 = \underline{\underline{10\text{cm}}}$$

Die kürzere Seite beträgt 5cm, die längere Seite beträgt 10cm.

**Aufgabe 7: Geometrie**

Berechnen Sie die Länge der eingezeichneten Seiten e und d.

**Lösung:**Berechnung der Seite d:

Rechtwinkliges Dreieck: Satz des Phytgoras

$$d^2 = (2\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2$$

$$d = \sqrt{(2\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2}$$

$$\underline{\underline{d = 3,61\text{cm}}}$$

Berechnung der Seite e:

Rechtwinkliges Dreieck: Satz des Phytgoras

$$e^2 = (1\text{cm})^2 + d^2$$

$$e = \sqrt{(1\text{cm})^2 + (3,61\text{cm})^2}$$

$$\underline{\underline{e = 3,74\text{cm}}}$$

### **Aufgabe 8: Knochelei**

Sechs Freundinnen gehen am Abend in ein italienisches Selbstbedienungsrestaurant.

8.1 Die sechs Freundinnen möchten vom Buffet essen. Bevor sie zum Buffet gehen, suchen sie sich einen runden Tisch für sechs Personen aus und reservieren sich einen Platz.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Sitzreihenfolge um den Tisch gibt es?

8.2 Nach dem Essen gibt es drei Kassen, an denen sie bezahlen können. Auf wie viele verschiedene Arten können sie an den Kassen bezahlen, wenn die Kassen beliebig ausgewählt werden.

### **Lösung:**

8.1 An einem runden Tisch gibt es  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$  Möglichkeiten der Sitzordnung, weil die  $n$  „Anfänge“ wegfallen.

8.2 Jede der sechs Personen hat drei Kassen zur Auswahl.  
Es gibt  $3^6 = 729$  verschiedene Arten.